

**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY  
A KOMUNIKAČNÍCH  
TECHNOLOGIÍ**

**ÚSTAV BIOMEDICÍNSKÉHO INŽENÝRSTVÍ**

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF BIOMEDICAL ENGINEERING

# **VYUŽITÍ ANALÝZY HLAVNÍCH KOMPONENT (PCA) KE ZPRACOVÁNÍ OBRAZOVÝCH DAT**

**IMAGE DATA PROCESSING USING PRINCIPAL COMPONENT ANALYSIS (PCA)**

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

BACHELOR'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

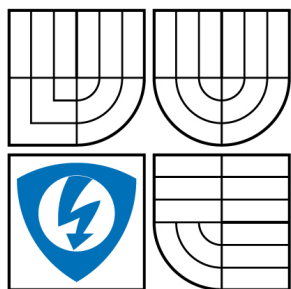
AUTHOR

**JAN SOLNICKÝ**

**VEDOUcí PRÁCE**

SUPERVISOR

**ING. MILAN RYCHTÁRIK**



VYSOKÉ UČENÍ  
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky  
a komunikačních technologií

Ústav radioelektroniky

# Bakalářská práce

bakalářský studijní obor

Elektronika a sdělovací technika

**Student:** Solnický Jan  
**Ročník:** 3

**ID:** 78279  
**Akademický rok:** 2007/2008

## NÁZEV TÉMATU:

**Využití analýzy hlavních komponent (PCA) ke zpracování obrazových dat**

## POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Seznamte se s matematickým aparátem analýzy hlavních komponent (PCA) a možnostmi jeho využití. Prozkoumejte možnosti využití PCA ke zpracování obrazů. Vybrané možnosti realizujte v programovém prostředí MATLAB. Porovnejte výsledky dosažené pomocí PCA s jinými obecně používanějšími metodami zpracování obrazů (mediánová filtrace a další).

## DOPORUČENÁ LITERATURA:

[1] SMITH, I. L. A tutorial of Principal Component Analysis. Dostupné na WWW:  
[http://csnet.otago.ac.nz/cosc453/student\\_tutorials/principal\\_components.pdf](http://csnet.otago.ac.nz/cosc453/student_tutorials/principal_components.pdf)

**Termín zadání:** 11.2.2008

**Termín odevzdání:** 6.6.2008

**Vedoucí práce:** Ing. Milan Rychtářík

**prof. Dr. Ing. Zbyněk Raida**  
*předseda oborové rady*

## UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

# LICENČNÍ SMLOUVA POSKYTOVANÁ K VÝKONU PRÁVA UŽÍT ŠKOLNÍ DÍLO

uzavřená mezi smluvními stranami:

## 1. Pan/paní

Jméno a příjmení: Jan Solnický  
Bytem: Těškovice 11, 74764  
Narozen/a (datum a místo): 17. října, Bílovec

(dále jen „autor“)

a

## 2. Vysoké učení technické v Brně

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií  
se sídlem Údolní 53, Brno, 602 00  
jejímž jménem jedná na základě písemného pověření děkanem fakulty:  
prof. Dr. Ing. Zbyněk Raida, předseda rady oboru Elektronika a sdělovací  
technika  
(dále jen „nabyvatel“)

## Čl. 1

### Specifikace školního díla

1. Předmětem této smlouvy je vysokoškolská kvalifikační práce (VŠKP):

- ☐ disertační práce
- ☐ diplomová práce
- ☒ bakalářská práce
- ☐ jiná práce, jejíž druh je specifikován jako .....  
(dále jen VŠKP nebo dílo)

Název VŠKP: Využití analýzy hlavních komponent (PCA) ke zpracování obrazových dat

Vedoucí/ školitel VŠKP: Ing. Milan Rychtářík

Ústav: Ústav biomedicínského inženýrství

Datum obhajoby VŠKP: \_\_\_\_\_

VŠKP odevzdal autor nabyvateli:

- ☒ v tištěné formě – počet exemplářů: 2
- ☒ v elektronické formě – počet exemplářů: 2

2. Autor prohlašuje, že vytvořil samostatnou vlastní tvůrčí činností dílo shora popsané a specifikované. Autor dále prohlašuje, že při zpracovávání díla se sám nedostal do rozporu s autorským zákonem a předpisy souvisejícími a že je dílo dílem původním.
3. Dílo je chráněno jako dílo dle autorského zákona v platném znění.
4. Autor potvrzuje, že listinná a elektronická verze díla je identická.

## Článek 2

### Udělení licenčního oprávnění

1. Autor touto smlouvou poskytuje nabyvateli oprávnění (licenci) k výkonu práva uvedené dílo nevýdělečně užít, archivovat a zpřístupnit ke studijním, výukovým a výzkumným účelům včetně pořizování výpisů, opisů a rozmnoženin.
2. Licence je poskytována celosvětově, pro celou dobu trvání autorských a majetkových práv k dílu.
3. Autor souhlasí se zveřejněním díla v databázi přístupné v mezinárodní síti
  - ☒ ihned po uzavření této smlouvy
  - ☐ 1 rok po uzavření této smlouvy
  - ☐ 3 roky po uzavření této smlouvy
  - ☐ 5 let po uzavření této smlouvy
  - ☐ 10 let po uzavření této smlouvy

(z důvodu utajení v něm obsažených informací)

4. Nevýdělečné zveřejňování díla nabyvatelem v souladu s ustanovením § 47b zákona č. 111/1998 Sb., v platném znění, nevyžaduje licenci a nabyvatel je k němu povinen a oprávněn ze zákona.

## Článek 3

### Závěrečná ustanovení

1. Smlouva je sepsána ve třech vyhotoveních s platností originálu, přičemž po jednom vyhotovení obdrží autor a nabyvatel, další vyhotovení je vloženo do VŠKP.
2. Vztahy mezi smluvními stranami vzniklé a neupravené touto smlouvou se řídí autorským zákonem, občanským zákoníkem, vysokoškolským zákonem, zákonem o archivnictví, v platném znění a popř. dalšími právními předpisy.
3. Licenční smlouva byla uzavřena na základě svobodné a pravé vůle smluvních stran, s plným porozuměním jejímu textu i důsledkům, nikoliv v tísní a za nápadně nevýhodných podmínek.
4. Licenční smlouva nabývá platnosti a účinnosti dnem jejího podpisu oběma smluvními stranami.

V Brně dne: 6. června 2008

.....  
Nabyvatel

.....  
Autor

## **Abstrakt**

Tato práce se zabývá využitím analýzy hlavních komponent (PCA) ke zpracování obrazových dat a jejím cílem je seznámit se s matematickým aparátem analýzy hlavních komponent a možnostmi jejího využití pro zpracování obrazu. Dále obsahuje návod jak PCA využít ke kompresi obrazových dat a k převodu barevného obrazu na šedotónový. Ukazuje také možnosti PCA při odstraňování šumu ve vlnkové oblasti. Práce zahrnuje také výsledky kompresních a odšumovacích operací a jejich zhodnocení.

## **Abstract**

This project deals with using of principal component analysis (PCA) in image processing and its aim is introduce mathematical apparatus of principal component analysis and possibility of its using in image processing. Project contains instructions how to compress images with using PCA and also how to convert colour image to grayscale intensity image. There are shown how to use PCA to denoising operation in wavelet spectrum. Project includes results of that operations and their evaluation.

## **Klíčová slova**

Analýza hlavních komponent, zpracování obrazových dat, komprese, odstranění šumu

## **Key Words**

Principal component analysis, image processing, compression, denoising

SOLNICKÝ, J. Využití *analýzy hlavních komponent (PCA)* ke zpracování obrazových dat.  
Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií,  
2008. 34 s. 4příl. Vedoucí bakalářské práce Ing. Milan Rychtárik.

# Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma Využití analýzy hlavních komponent (PCA) ke zpracování obrazových dat jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne 6. června 2008

.....  
podpis autora

# Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Ing. Milanu Rychtáříkovi za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne 6. června 2008 .....

# Obsah

<b>1</b>	<b>ÚVOD .....</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>MATEMATICKÝ ZÁKLAD .....</b>	<b>3</b>
2.1	ANALÝZA HLAVNÍCH KOMPONENT (PCA) .....	5
2.2	PCA PRO PŘÍPAD KOVARIENČNÍ MATICE.....	6
<b>3</b>	<b>VYUŽITÍ PCA VE ZPRACOVÁNÍ OBRAZŮ .....</b>	<b>8</b>
3.1	URČENÍ OTOČENÍ OBJEKTU POMOCÍ PCA.....	8
3.2	KOMPRESCE OBRAZU .....	8
3.3	REALIZACE KOMPRESCE NA ZÁKLADĚ PCA.....	12
3.4	VYHODNOCENÍ KVALITY KOMPRESCE V ZÁVISLOSTI NA ZVOLENÝCH KRITÉRIÍCH .....	14
3.4.1	<i>Naměřené hodnoty .....</i>	<i>16</i>
3.4.2	<i>Kvalita komprese v závislosti na kompresním poměru.....</i>	<i>17</i>
3.4.3	<i>Délka trvání komprese v závislosti na volbě velikosti bloků .....</i>	<i>17</i>
3.4.4	<i>Kvalita komprese v závislosti na velikosti bloků .....</i>	<i>18</i>
3.5	TRANSFORMACE BAREVNÉHO OBRAZU NA ŠEDOTÓNOVÝ S VYUŽITÍM PCA .....	19
<b>4</b>	<b>REDUKCE ŠUMU POMOCÍ PCA VE VLNKOVÉ OBLASTI .....</b>	<b>23</b>
4.1	VLNKOVÁ TRANSFORMACE.....	23
4.2	GAUSSŮV ŠUM .....	24
4.3	REALIZACE DWT-PCA FILTRU .....	25
4.4	VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ DWT-PCA FILTRU.....	28
4.4.1	<i>Závislost PSNR na počtu úrovní dekompozice DWT.....</i>	<i>28</i>
4.4.2	<i>Závislost PSNR na typu vlnky využitě k dekompozici .....</i>	<i>29</i>
4.4.3	<i>Porovnání výsledku DWT-PCA filtru s jinými lineárními filtracemi.....</i>	<i>31</i>
<b>5</b>	<b>ZÁVĚR.....</b>	<b>32</b>
<b>6</b>	<b>POUŽITÁ LITERATURA .....</b>	<b>33</b>
<b>7</b>	<b>ABECEDNÍ SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK .....</b>	<b>34</b>
<b>8</b>	<b>SEZNAM PŘÍLOH .....</b>	<b>34</b>

## Seznam obrázků

Obrázek 1	Určení otočení objektu [9] .....	8
Obrázek 2	Standardní řetězec komprese a dekomprese .....	9
Obrázek 3	Blokové schéma komprese založené na PCA.....	12
Obrázek 4	Původní obraz Kameraman.....	14
Obrázek 5	D=1, comp=60,24 mse=0,0112 .....	14
Obrázek 6	Rozdílový obraz D=1 .....	14
Obrázek 7	D=8, comp=7,53 mse=0,0032 .....	14
Obrázek 8	Rozdílový obraz D=8.....	14
Obrázek 9	D=16, comp=3,76 mse=0,0015 .....	15
Obrázek 10	Rozdílový obraz D=16.....	15
Obrázek 11	D=32, comp=1,88 mse=0,00038 .....	15
Obrázek 12	Rozdílový obraz D=32.....	15
Obrázek 13	První komponenta.....	15
Obrázek 14	Druhá komponenta.....	15
Obrázek 15	Třetí komponenta.....	15



Obrázek 16	Poslední komponenta.....	15
Obrázek 17	Závislost PSNR na velikosti kompresního poměru .....	17
Obrázek 18	Délka trvání komprese v závislosti na velikosti bloků B .....	18
Obrázek 19	Závislost PSNR na velikosti bloků B .....	19
Obrázek 20	Původní obraz .....	21
Obrázek 21	Jednotlivé barevné komponenty .....	21
Obrázek 22	a) první b) druhá c) třetí komponenta po provedení PCA .....	21
Obrázek 23	První komponenta.....	22
Obrázek 24	Šedotónový obraz získaný funkcí rgb2gray .....	22
Obrázek 25	Jeden krok DWT (vlevo), rozklad na aproximace a detaily (vpravo) [12].....	24
Obrázek 26	Blokové schéma pro PCA-DWT filtr .....	25
Obrázek 27	Vlnka Daubechies 2 .....	26
Obrázek 28	Původní obraz Kameraman.....	28
Obrázek 29	Zašuměný obraz $\sigma=10$ (vlevo), obraz po odstranění šumu(vpravo).....	28
Obrázek 30	Závislost PSNR na směrodatné odchylce šumu a počtu úrovní dekompozice.....	29
Obrázek 31	Závislost PSNR na směrodatné odchylce šumu a typu vlnky .....	30
Obrázek 32	Zašuměný obraz $\sigma=25$ PSNR=20,18 MSE=0,0096.....	31
Obrázek 33	Dolní propust .....	31
Obrázek 34	Gaussův filtr PSNR=22,26 MSE=0,0059.....	31
Obrázek 35	DWT-PCA filtr PSNR=24,96 MSE=0,0032 .....	31
Obrázek 36	Wienerův filtr 3x3 PSNR=26,15 MSE=0,0024 .....	31
Obrázek 37	Mediánový filtr 3x3 PSNR=24,16 MSE=0,0038 .....	31

## Seznam tabulek

Tab. 1	Výsledky komprese v závislosti na změnách velikosti bloků B a počtu komponent D vybraných k rekonstrukci .....	16
Tab. 2	Velikost PSNR v závislosti na volbě úrovní DWT.....	29
Tab. 3	Velikost PSNR v závislosti na typu vlnky .....	30

# 1 Úvod

Obrazová data jsou velmi objemná, a proto bylo potřeba vyvinout algoritmy, které tento objem sníží. Tyto algoritmy se nazývají kompresní. Jejich základní dělení je na ztrátové a bezztrátové. Bezztrátová komprese snižuje objem dat pouhým překódováním. Výhodou těchto algoritmů je možnost zcela obnovit komprimovaný soubor. Nevýhodou jsou malé kompresní poměry, kterých tyto komprese dosahují. Mnohem účinnější jsou ztrátové komprese. Algoritmy těchto kompresí fungují na principu odstranění zbytečné tzv. redundantní složky informace. Takto komprimovaná data nelze úplně přesně rekonstruovat. U obrazových dat dochází k určitému zkreslení. Velikost tohoto zkreslení je závislá na zvoleném kompresním poměru. Výhodou ztrátových kompresí je velké snížení objemu dat.

Tato bakalářská práce zkoumá možnosti využití analýzy hlavních komponent (PCA z anglického Principal component analysis), při zpracování obrazových dat. Analýza hlavních komponent patří k nejstarším a velmi používaným metodám vícerozměrné analýzy dat. V roce 1901 ji poprvé použil Karl Pearson. PCA je transformace, která se využívá ke snížení dimenze dat a zároveň dokáže zachovat nejdůležitější část informace. Tato vlastnost je velice výhodná pro ztrátovou kompresi signálů.

Cílem této práce je prozkoumat možnosti využití PCA ke zpracování obrazů. Následně realizovat v programovém prostředí MATLAB skripty, které využívají PCA ke zpracování obrazových dat. První skript realizuje ztrátovou kompresi šedotónového obrazu, druhý převod barevného obrazu na šedotónový a poslední využívá PCA ve vlnkové oblasti k odstranění šedého (gaussovského) šumu. Zároveň tato práce obsahuje zhodnocení a porovnání výsledků dosažených těmito skripty s jinými používanějšími metodami.

## 2 Matematický základ

### Směrodatná odchylka

Vypovídá o tom, jak moc se od sebe navzájem liší typické případy v souboru zkoumaných čísel. Je-li malá, jsou si prvky souboru většinou navzájem podobné, a naopak velká směrodatná odchylka signalizuje velké vzájemné odlišnosti. Směrodatná odchylka je nejužívanější míra variability. Mějme soubor reálných čísel  $x_1, \dots, x_N$ . Pak směrodatnou odchylku můžeme vypočítat takto:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}. \quad (1)$$

Kde  $\bar{X}$  je aritmetický průměr souboru a  $n$  je počet prvků souboru [3].

## Variance

Také rozptyl (též střední kvadratická odchylka, střední kvadratická fluktuace, variance nebo také disperze) se používá v teorii pravděpodobnosti a statistice. Je to druhý centrální moment náhodné veličiny. Jedná se o charakteristiku variability rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny, která vyjadřuje variabilitu rozdělení souboru náhodných hodnot kolem její střední hodnoty.

Je-li pravděpodobnost všech diskretních hodnot stejná pak [4]

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}. \quad (2)$$

## Kovariance

Kovariance je střední hodnota součinu odchylek obou náhodných veličin  $X, Y$  od jejich středních hodnot. Máme-li dvourozměrný náhodný vektor, jehož složkami jsou náhodné veličiny  $X, Y$ , pak vztah mezi těmito veličinami lze vyjádřit pomocí kovariance  $C(X, Y)$ , která je definována jako

$$C(X, Y) = E\{[X - E(X)][Y - E(Y)]\} = E(XY) - E(X)E(Y). \quad (3)$$

$$C(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n-1}. \quad (4)$$

Kovariance může nabývat hodnot z intervalu  $-\infty; \infty$ . Kovariance poskytuje informaci o intenzitě vztahu mezi dvěma veličinami.

## Kovarianční matice

K popisu  $n$ -rozměrného náhodného vektoru používáme tzv. kovarianční matici

$$C = \begin{pmatrix} D(X_1) & C(X_1, X_2) & \cdots & C(X_1, X_n) \\ C(X_2, X_1) & D(X_2) & \cdots & C(X_2, X_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C(X_n, X_1) & C(X_n, X_2) & \cdots & D(X_n) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

kde na hlavní diagonále jsou rozptýly jednotlivých veličin  $X_i$ , tzn.  $D(X_i)$ , a pro  $i \neq j$  jsou  $C(X_i, X_j)$  kovariance veličin  $X_i$  a  $X_j$  [5]. Protože  $C(X_i, X_j) = C(X_j, X_i)$  kovarianční matice je symetrická podle hlavní diagonály.

### Vlastní vektor a vlastní číslo

V matematice označuje vlastní vektor dané transformace nenulový vektor, jehož směr se při transformaci nemění. Koeficient, o který se změní velikost vektoru, se nazývá vlastní číslo daného vektoru. Množina vlastních vektorů určuje vlastní prostor transformace. Mějme čtvercovou matici  $A$  řádu  $n$ . Jestliže pro určitý skalár  $\lambda$  existuje vektor  $u \in \mathbb{R}_n$ ,  $u \neq 0$  takový, že

$$Au = \lambda u, \quad (6)$$

potom  $\lambda$  se nazývá vlastní číslo, resp. charakteristická hodnota matice  $A$  a vektor  $u$  se nazývá vlastní vektor matice  $A$ . Podmínku (6) můžeme přepsat [6]

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix}. \quad (7)$$

## 2.1 Analýza hlavních komponent (PCA)

Analýza hlavních komponent vychází z Karhunen-Löveho transformace. Cílem analýzy hlavních komponent je především zjednodušení popisu skupiny vzájemně lineárně závislých čili korelovaných znaků. Techniku lze popsat jako metodu lineární transformace původních znaků na nové, nekorelované proměnné, nazvané hlavní komponenty. Každá hlavní komponenta představuje lineární kombinaci původních znaků. Základní charakteristikou každé hlavní komponenty je její míra variability čili rozptyl. Hlavní komponenty jsou seřazeny dle důležitosti, tj. dle klesajícího rozptylu, od největšího k nejmenšímu. Většina informace o variabilitě původních dat je přitom soustředěna do první komponenty a nejméně informace je obsaženo v poslední komponentě. Platí pravidlo, že má-li nějaký původní znak malý, nebo dokonce nulový rozptyl není schopen přispívat k rozlišení mezi objekty. Standardním využitím PCA je snížení dimenze, bez velké ztráty informace, a to užitím pouze několika prvních hlavních komponent [1].

Z následujícího vzorce je vidět, že PCA je jen přepsáním vstupu do jiné souřadné soustavy:

$$Y = XP, \quad (8)$$

kde  $X$  je centrovaná matice  $n \times d$  se vstupními  $d$ -rozměrnými daty v  $n$  řádcích,  $Y$  obdobná matice výstupních dat,  $P$  je  $d \times d$  matice vlastních vektorů kovarianční matice  $C_X$  splňující vztah  $C_X = P \Lambda P^T$ , kde  $\Lambda$  je diagonální matice obsahující na diagonále vlastní čísla  $C_X$  a matice vlastních vektorů  $P$  je ortonormální, tj.  $P^T P = I_d$ , kde  $I_d$  je jednotková matice dimenze  $d$ . Vlastní vektory (sloupce matice  $P$ ) tvoří onu novou souřadnou soustavu. Centrování matice  $X$  dosáhneme odečtením příslušného výběrového průměru od každého sloupce [2].

## 2.2 PCA pro případ kovarianční matice

Mějme dvojici znaků  $x$  a  $y$ , kterým odpovídá kovarianční matice  $C$

$$C = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & C_{12} \\ C_{12} & \sigma_1^2 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Pak podmínka k určení vlastních čísel je

$$0 = \det \begin{vmatrix} \sigma_1^2 - \lambda & C_{12} \\ C_{12} & \sigma_1^2 - \lambda \end{vmatrix}. \quad (10)$$

Po vyčíslení získáváme kvadratickou rovnici

$$\lambda^2 - \lambda(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) + \sigma_1^2 \sigma_2^2 - C_{12}^2 = 0. \quad (11)$$

Její řešení dostaneme vlastní čísla  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$ . Pro jednotlivé vlastní vektory je potřeba řešit rovnice

$$(C - \lambda_i)U_i = 0, \quad i=1,2 \quad (12)$$

Po dosazení  $i=1$  obdržíme soustavu dvou homogenních rovnic

$$U_{11}(\sigma_1^2 - \lambda_1) + U_{12}C_{12} = 0. \quad (13)$$

$$U_{11}C_{12} + U_{12}(\sigma_1^2 - \lambda_1) = 0. \quad (14)$$

Pro řešení uvedené soustavy rovnic je možné volit za  $U_{11}=1$ , potom z první rovnice dostaneme

$$U_{12} = (\lambda_1 - \sigma_1^2) / C_{12}. \quad (15)$$

Pro další aplikaci potřebujeme jednotkový vektor proto je potřeba dělit vektor jeho délkou.

$$d_1 = \sqrt{U_{11}^2 + U_{12}^2} = \sqrt{1 + (\lambda_1 - \sigma_1^2)^2 / C_{12}^2} = \sqrt{\frac{C_{12}^2 + (\lambda_1 - \sigma_1^2)^2}{C_{12}^2}}. \quad (16)$$

Takže vlastní vektor  $U_1$  má tvar

$$U_1^* = \left[ \frac{\left( \frac{C_{12}^2 + (\lambda_1 - \sigma_1^2)^2}{C_{12}^2} \right)^{-\frac{1}{2}}}{\frac{\lambda_1 - \sigma_1^2}{\sqrt{C_{12}^2 + (\lambda_1 - \sigma_1^2)^2}}} \right]. \quad (17)$$

Obdobným postupem kdy v rovnici(11)  $i=2$  se získá vektor  $U_2$

$$U_2^* = \left[ \frac{\frac{-C_{12}}{\sqrt{C_{12}^2 + (\lambda_2 - \sigma_1^2)^2}}}{\left( \frac{C_{12}^2 + (\lambda_2 - \sigma_1^2)^2}{(\lambda_2 - \sigma_1^2)^2} \right)^{-\frac{1}{2}}} \right]. \quad (18)$$

Pro první komponentu pak platí

$$y_1 = U_{11}^*(x_1 - E(x_1)) + U_{12}^*(x_2 - E(x_2)). \quad (19)$$

A pro druhou komponentu

$$y_2 = U_{21}^*(x_1 - E(x_1)) + U_{22}^*(x_2 - E(x_2)). \quad (20)$$

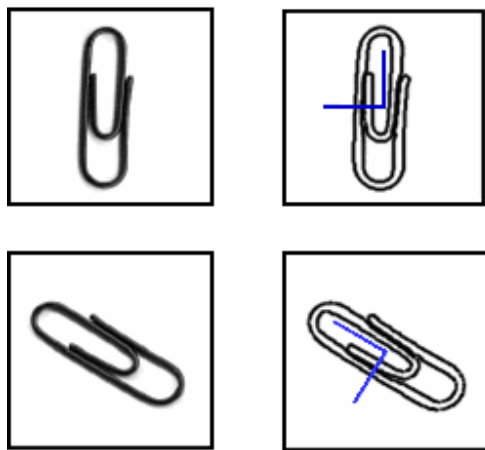
### 3 Využití PCA ve zpracování obrazů

#### 3.1 Určení otočení objektu pomocí PCA

Jedním z možných využití vlastností PCA je její použití pro určení otočení určitého objektu nebo jeho rotace. Binární obraz obsahuje hranice objektu, nebo určitou část jeho plochy v pouze černých (nebo bílých) pixelech. Vybereme například pouze černé pixely, umístíme je do kartézského souřadného systému.

Potom mohou být vytvořeny dva vektory  $a$  a  $b$ , které obsahují kartézské souřadnice  $x$  a  $y$ . Vektor  $x$  v rovnici (32) je v tomto případě dvojrozměrný vektor skládající se z  $a$  a  $b$  v tomto pořadí. To znamená, že můžeme spočítat vektor  $m_x$ , matici  $C_x$  a její vlastní vektor  $e$ . Tyto dva prvky vektor  $e_1$  a vektor  $e_2$  nám umožní vyhodnocení rotace objektu v kartézském souřadném systému nebo rotaci okolo středu daného  $m_x$ .

Na Obrázku 1 je vidět použití PCA k určení rotace obrazu. Nejprve je potřeba obraz konvertovat na obraz v úrovních šedi, poté vybrat jenom černé pixely, pak můžeme spočítat vektor  $e_1$  a vektor  $e_2$ . Originál pootočíme o zadaný úhel, znovu použijeme filtry a PCA, porovnáním první a druhé dvojice vypočtených vektorů  $e_1$  a  $e_2$ , určíme jejich vzájemné orientace a tím získáváme úhel otočení [9].



Obrázek 1 Určení otočení objektu [9]

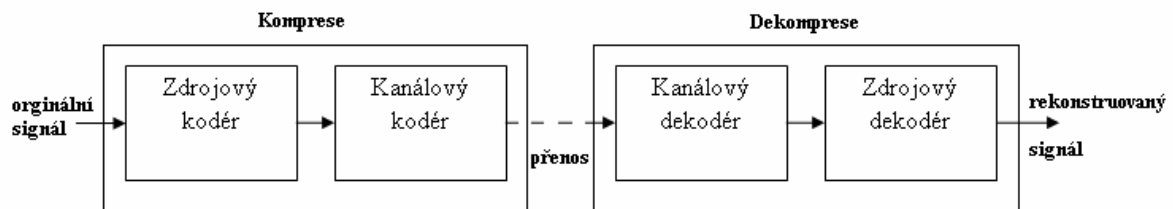
#### 3.2 Komprese obrazu

##### Komprese dat

Komprese je postup, jak pomocí algoritmů odstranit nadbytečná data a tím snížit datový tok, případně zmenšit nároky na paměť, pokud data archivujeme. Základní dělení komprese je na kompresi ztrátovou a kompresi bezztrátovou.

Bezztrátová komprese dosahuje snížení objemu dat, pouze překódováním a z tohoto důvodu dosahuje pouze nízkého snížení objemu, avšak umožňuje komprimovaný soubor rekonstruovat do původního souboru bez jakékoliv změny. Používá se například pro kompresi textu, případně programu, kde jakákoliv ztráta byt' jediného znaku může zapříčinit nefunkčnost programu.

Ztrátová komprese se využívá např. při kompresi zvuku, obrazu a videa. Je založená na potlačení informací, které nejsou důležité. U zvuku se například odstraňuje informace která je mimo možnosti lidského sluchu. U obrazu může docházet k určitému zkreslení, ale vše je vykoupeno velkým zmenšením původního objemu dat. Z tohoto důvodu není později možná přesná rekonstrukce dat. Je potřeba se snažit o to, aby po rekonstrukci nebylo poznat, že k nějaké ztrátě došlo.



**Obrázek 2 Standardní řetězec komprese a dekomprese**

Standardní řetězec, využívající komprese signálů, je na obrázku 2. Originální číslicový signál je komprimován, v komprimované podobě pak přenášen, nebo archivován a konečně pro využití opět dekomprimován. Kompresní stupeň obvykle zahrnuje dvě rozlišitelné etapy: tzv. zdrojové a kanálové kódování. Zdrojové kódování, které využívá informační redundance v signálu z hlediska jeho vnímání resp. vyhodnocování, je obvykle ztrátové; u mnoha dnes užívaných kompresních standardů je teoretická ztráta vysoká, ale při správném návrhu z hlediska využití signálů zanedbatelná. Takto komprimovaná data jsou ještě dále komprimována kanálovým kóděrem, který je obvykle již bezztrátový a snižuje objem dat jen jejich vhodným překódováním na základě zjištěné statistické redundance – jedna se zpravidla o tzv. entropické kódování, popřípadě o heuristické algoritmy, intuitivně využívající redundance. Výsledná komprimovaná data pak mohou být ekonomicky přenesena komunikačním kanálem na místo příjmu, nebo archivována s malými nároky na paměťová media. Komprimovaný signál je ovšem přímo nepoužitelný a před využitím musí být dekomprimován – převeden zpět na obvyklou digitální formu standardně vzorkovaného signálu, obrazu či obrazové sekvence. To zajišťuje blok dekomprese, jež je realizován v přirozeném (vůči kompresi obráceném) pořadí obou dekompresních kroků: nejprve je kanálovým dekódováním přesně obnoven soubor dat, reprezentující výsledek zdrojové komprese a poté je konstruován informačně ochuzený avšak z uživatelského hlediska originálu ekvivalentní signál postupem, který je přibližně inverzní ke zdrojové kompresi [7].

### Kompresní poměr

Kompresní poměr je podíl velikosti původních dat ku velikosti komprimovaných dat. Například při kompresi 10MB souboru do 2MB je poměr  $10/2 = 5$  (tj. 5 : 1 – pět ku jedné, pětkrát



zmenšeno). Kompresní poměr(comp) je ovlivněn volbou kompresního algoritmu i typem komprimovaných dat. Úspora místa je vyjádřena jako  $1 - \text{opačný poměr}$ , v našem případě  $1 - 2/10 = 0,8$  (tj. 80% úspora).

$$\text{comp} = \frac{\text{VelikostNekomprimovanýchDat}}{\text{VelikostKomprimovanýchDat}}. \quad (21)$$

$$\text{ÚsporaMísta} = 1 - \frac{\text{VelikostKomprimovanýchDat}}{\text{VelikostNekomprimovanýchDat}}. \quad (22)$$

### Kvalita komprese

Efektivitu komprese nelze hodnotit pouze velikostí kompresního poměru, ale neméně důležitá je taky “kvalita” dekomprimovaných dat. Poté je potřeba zvolit vhodný kompromis mezi kompresním poměrem a kvalitou komprese.

Výpočet Signal-to-noise ratio (SNR) odhaduje kvalitu rekonstruovaného obrazu v porovnání s originálním obrazem. Základní myšlenka je vypočítat hodnotu, která nám udává kvalitu rekonstruovaného obrazu. Rekonstruovaný obraz s vyšší hodnotou SNR by měl být lepší. Ve skutečnosti tradiční výpočet SNR nepočítá se subjektivním lidským vnímáním. Proto je důležité mít na paměti, že větší hodnota nemusí vždy znamenat kvalitnější kompresi => dekompresi a naopak.

Pro vyhodnocování kvality budeme počítat PSNR (Peak Signal to Noise Ratio - špičkový odstup signál/šum) . Mějme daný původní šedotónový obraz  $f(i,j)$ , který je složen z  $N \times N$  pixelů a rekonstruovaný obraz  $F(i,j)$ , který vznikl kompresi a následnou dekompresi původního obrazu  $f(i,j)$ .

Jako první je potřeba vypočítat střední kvadratickou chybu (MSE) rekonstruovaného obrazu.

$$\text{MSE} = \frac{\sum [f(i, j) - F(i, j)]^2}{N^2}. \quad (23)$$

Suma se počítá z rozdílu originálního a výsledného obrazu.

PSNR v decibelech (dB) je vypočítána pomocí vztahu

$$PSNR = 20 \log \left( \frac{MAX_I}{\sqrt{MSE}} \right). \quad (24)$$

Kde  $MAX_I$  je maximální hodnota pixelů. Když je pixel vyjádřen 8 bity je tato hodnota rovná  $2^8 = 255$ .

Obvykle PSNR vychází v rozmezí od 20db do 40db. Vypočtená hodnota nemá sama o sobě až takovou vypovídací hodnotu, ale většinou se používá k hodnocení při porovnávání více různých rekonstruovaných obrazů, a určení kvality různých druhů komprese.

Někdy je PSNR definováno narozdíl od našeho vztahu jako logaritmus ( $MAX_I^2/MSE$ ). I tato formulace může fungovat, protože jak už jsem uvedl, nebude nás zajímat absolutní hodnota, ale poměr mezi nimi [8].

Pokud chceme vypočítat PSNR pro barevný obraz se třemi RGB komponentami pro každý pixel, je postup následující: MSE se počítá pro všechny barvy zvlášť, nakonec se  $MSE_R$ ,  $MSE_G$  a  $MSE_B$  sečtou s váhou 1/3 ve výsledné MSE. A dále už se postupuje shodně jako v případě šedotónových obrazů.

Další možnost jak porovnat kvalitu původního a výsledného obrazu je vypočítat rozdílový obraz, rozdílový obraz nám ukáže kde přesně dochází ke zkreslení.

$$A(i, j) = k(f(i, j) - F(i, j)). \quad (25)$$

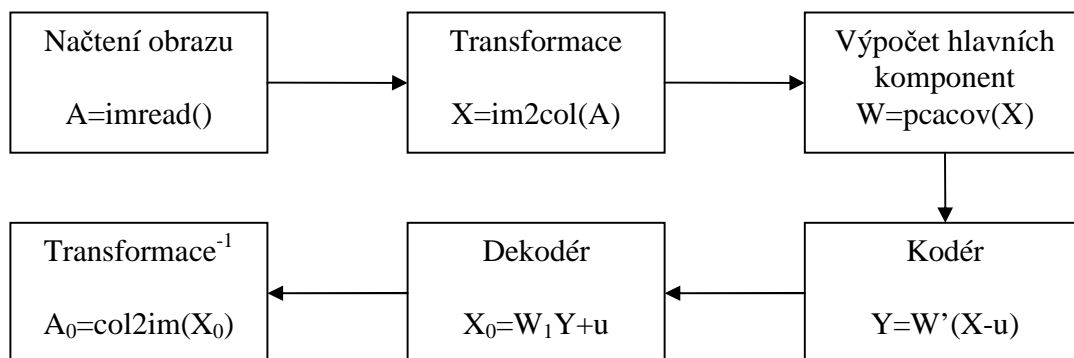
Jelikož rozdíly mezi oběma obrazy nejsou velké, zkreslení se nám objeví, až když výsledný obraz vynásobíme konstantou  $k$ . Konstantu je potřeba volit individuálně pro jednotlivé případy. Pokud si poté zobrazíme výsledný rozdílový obraz, v místech kde ke zkreslení nedošlo budou pixely černé a tam kde došlo ke zkreslení budou pixely světlejší, platí přímá úměrnost čím světlejší pixel tím větší zkreslení.

Dalším důležitým kritériem určení efektivity komprese, je náročnost algoritmů a to náročnost jak časová, tedy počet potřebných operací pro výpočet komprese a dekomprese, pak taky nároky na paměť při uchovávání mezivýsledků.

Dále je vhodné, aby výpočetní nároky na dekompresi nebyly větší nebo rovné nárokům na kompresi. Zároveň je potřeba zjistit, jestli je možné dekomprimovaný obraz opět zkomprimovat a dekomprimovat a to třeba i několikrát za sebou.

Všechny tyto požadavky stojí proti sobě, takže například pokud budeme požadovat kvalitnější výsledný obraz automaticky se nám sníží kompresní poměr, nebo zvýší časová náročnost, případně obojí. Proto je pořád potřeba hledat kompromis mezi jednotlivými ukazateli efektivnosti komprese. A ke každé úloze přistupovat individuálně.

### 3.3 Realizace komprese na základě PCA



Obrázek 3 Blokové schéma komprese založené na PCA

První blok reprezentuje **načtení obrzu**, to provedeme pomocí funkce *imread()* a obraz uložíme do matice  $A = [a_1, \dots, a_m] \in R^{n \times m}$  obsahuje  $m$  vektorů v  $n$ -dimenzionálním lineárním prostoru. Dále matici  $A$  přetypujeme funkci *im2double()* na datový typ double.

Následuje blok **transformace**, ve kterém pomocí funkce *im2col(A,[B B], 'distinct')*, dochází k rozdělení matice  $A$  na nepřekrývající se čtvercové oblasti, které jsou nahrazeny vektory s dimenzí  $B^2$ . Výsledkem této operace je matice  $X$ , která má  $B^2$  řádků a  $mn/B^2$  sloupců. V tomto případě pak sloupce odpovídají jednotlivým pozorováním a řádky zastupují jednotlivé proměnné. Proměnná  $B$  udává v pixelech velikost čtvercových bloků na které původní obraz  $A$  rozdělíme;  $B$  volíme nejlépe z intervalu  $Z \in \langle 2; 32 \rangle$ . Zároveň by  $B$  mělo být dělitelem jak  $n$  tak  $m$ , abychom submatice zaplnili beze zbytku. Také je potřeba  $B$  volit s ohledem na výkon počítače a náročnost výpočtu. Např. při  $B = 64$ , trvá výpočet komprese více jak dvě hodiny, tudíž volit hodnoty větší než 32 nemá smysl. Obvykle se pro blokově orientovanou kompresi používají rozměry bloků 8 nebo 16 pixelů.

Ve třetím bloku dochází k výpočtu **vlastních vektorů matice  $X$** . K výpočtu slouží funkce *pcacov()*. Vstupem této funkce je matice, jejíž řádky odpovídají jednotlivým pozorováním a sloupce zastupují jednotlivé proměnné. Proto musíme matici  $X$ , kterou jsme získali v předchozím bloku, transponovat. Výstupem tohoto bloku je pak matice  $W$  o velikosti  $B^2 \times B^2$ , která obsahuje postupně seřazené vlastní vektory matice  $X$ .

$$\mu = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i. \quad (26)$$

**Komprese** probíhá ve čtvrtém bloku. Komprimovaný signál získáme násobením transformovaného obrazu  $X$  a  $D$  prvními vlastními vektory matice  $W$ . Ještě před násobením musí dojít k centrování vektorů  $X$ , to znamená odečtení střední hodnoty  $\mu$ , kterou při dekompresi později zpět přičteme.  $Y(:,i) = W(:,1:D)'*(X(:,i)-\mu)$ .  $D$  určuje počet komponent použitých k rekonstrukci obrazu - tím je vlastně určen i kompresní poměr a kvalita rekonstruovaného obrazu. Výsledkem komprese je matice  $Y$ .

$$y = W^T (x - \mu). \quad (27)$$

Na bitovém přenosu se tedy podílí matice  $Y$  o velikosti  $B \times mn/B^2$ , vektor  $\mu$  a prvních  $D$  vektorů matice  $W$ . Z těchto rozměrů je možné vypočíst podle vztahu 1.3. kompresní poměr. Ten nám udává kolikrát menší je náš komprimovaný signál oproti původnímu obrazu.

V bloku **dekomprese** získáme odhad rekonstruovaného obrazu. Vynásobíme matici  $Y$  a  $W$  a poté přičteme střední hodnotu  $\mu$ . Výsledkem je matice  $\hat{A}$ , která obsahuje bloky odhadovaného obrazu uložené ve sloupcích.

$$\hat{A}_1 = Wy + \mu. \quad (28)$$

V posledním bloku je proto je potřeba použít **zpětnou transformaci**  $A_2 = col2im(A_1, [B \ B], [256 \ 256], 'distinct')$ , kde  $B$  reprezentuje velikost čtvercových bloků a 256 je velikost původního obrazu.

Tímto je celý proces komprimace a následné dekomprimace ukončen. Pro kontrolu kvality komprese můžeme vytvořit rozdílový obraz, který nám zobrazí místa, kde dochází ke vzniku nepřesností a zkreslení.

### 3.4 Vyhodnocení kvality komprese v závislosti na zvolených kritériích



Obrázek 4 Původní obraz Kameraman



Obrázek 5  $D=1$ , comp=60,24 mse=0,0112



Obrázek 6 Rozdílový obraz  $D=1$



Obrázek 7  $D=8$ , comp=7,53 mse=0,0032



Obrázek 8 Rozdílový obraz  $D=8$



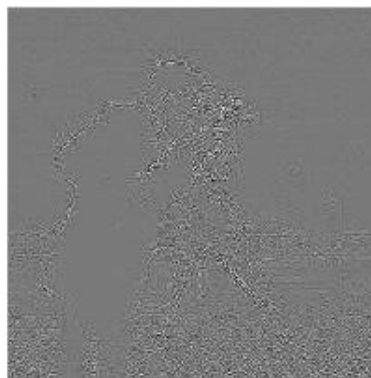
Obrázek 9 D=16, comp=3,76 mse=0,0015



Obrázek 10 Rozdílový obraz D=16



Obrázek 11 D=32, comp=1,88 mse=0,00038



Obrázek 12 Rozdílový obraz D=32

Na obrázcích 5-12 jsou vidět komprimované obrazy (vlevo) a jejich rozdílový obraz (vpravo) oproti původnímu obrázku 4. Zvolil jsem velikost bloků  $B=8$  px. a ke kompresi postupně použil 1,8, 16 a 32 vlastních vektorů. Jak je vidět na obrázcích - ke zkreslení a nepřesnostem dochází převážně na hranách a na přechodech světlých a tmavých oblastí.

Pod obrázky je uvedeno:

- D – počet hlavních komponent použitých k rekonstrukci
- COMP - kompresní poměr
- Mse - mean square error (střední kvadratická chyba)



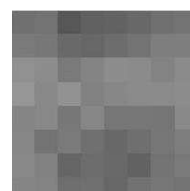
Obrázek 13 První komponenta



Obrázek 14 Druhá komponenta



Obrázek 15 Třetí komponenta



Obrázek 16 Poslední komponenta

Obr. 13-16 zobrazují jeden blok rekonstruovaného obrazu o velikosti 8x8 pixelů. K rekonstrukci tohoto bloku jsem postupně použil 1. 2. 3. a poslední komponentu. Pokud se při rekonstrukci použije pouze první komponenta, pak je blok jednobarevný. Když použijeme druhou komponentu v bloku je vidět postupný přechod dvou odstínů. U třetí komponenty je opět vidět přechod, ale v jiném směru. První komponenta obsahuje průměrnou barvu bloku, a pokud budeme přidávat další komponenty zpřesníme náš odhad rekonstruovaného obrazu, čím více komponent přidáme, tím přesnější odhad bude.

### 3.4.1 Naměřené hodnoty

V tabulce 1 jsou uvedeny změřené a vypočtené hodnoty, v závislosti na tom s jakým B(velikost bloků) a D(počet komponent použitých k rekonstrukci) jsme kompresi provedli. Dalším kritériem hodnocení komprese je čas, za který komprese proběhla.

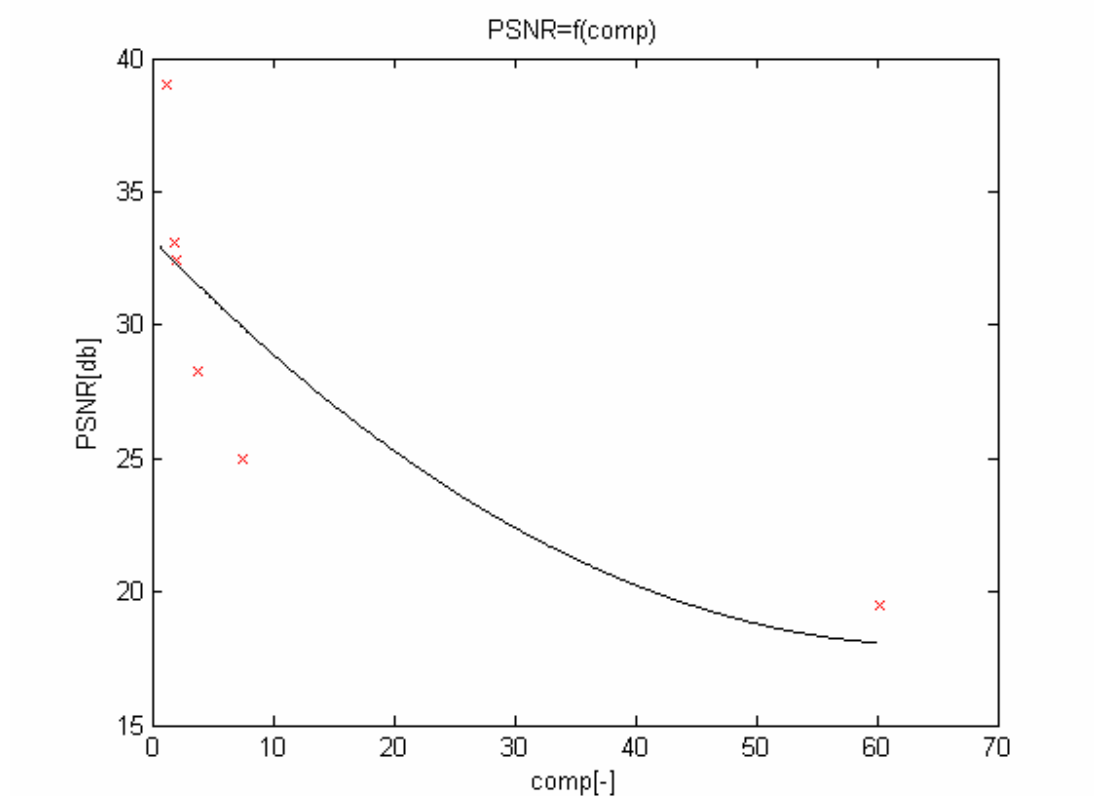
B	D	čas [t]	mse	Psnr [db]	comp
2	1	14,59	0,0028	25,53	4,00
2	2	17,70	0,0012	29,21	2,00
2	3	20,38	3,02E-04	35,20	1,33
4	1	3,05	0,0066	21,80	15,94
4	4	3,45	0,0021	26,78	3,98
4	8	4,10	7,16E-04	31,45	1,99
4	12	5,11	1,93E-04	37,14	1,32
8	1	0,92	1,12E-02	19,51	60,24
8	8	0,91	3,20E-03	24,95	7,53
8	16	1,00	1,50E-03	28,24	3,76
8	30	1,00	5,69E-04	32,45	2,01
8	32	1,09	4,88E-04	33,12	1,88
8	48	1,34	1,25E-04	39,03	1,25
16	1	0,97	1,65E-02	17,83	128,00
16	16	0,67	3,50E-03	24,56	8,00
16	32	0,71	1,60E-03	27,96	4,00
16	64	0,79	4,04E-04	33,94	2,00
16	128	0,99	1,91E-05	47,19	1,00
32	1	10,40	2,05E-02	16,88	60,24
32	32	10,47	4,60E-04	33,37	1,88
32	64	10,53	5,40E-29	282,68	0,94
64	1	8310,50	3,13E-02	15,04	15,94
64	3		1,47E-02	18,33	5,31
64	6		7,50E-03	21,25	2,65
64	12		4,58E-04	33,39	1,33

Tab. 1 Výsledky komprese v závislosti na změnách velikosti bloků B a počtu komponent D vybraných k rekonstrukci

### 3.4.2 Kvalita komprese v závislosti na kompresním poměru

Přirozeně největší vliv na kvalitu komprese má kompresní poměr. Samozřejmě platí nepřímá úměra: čím větší kompresní poměr, tím nižší kvalita výsledného obrazu a obráceně. Při kompresi PCA je kompresní poměr dán počtem hlavních komponent použitých k rekonstrukci obrazu. Kompresní poměr vypočteme vztahem

$$comp = \frac{nm}{(d \cdot m) + (d \cdot n)}. \quad (29)$$



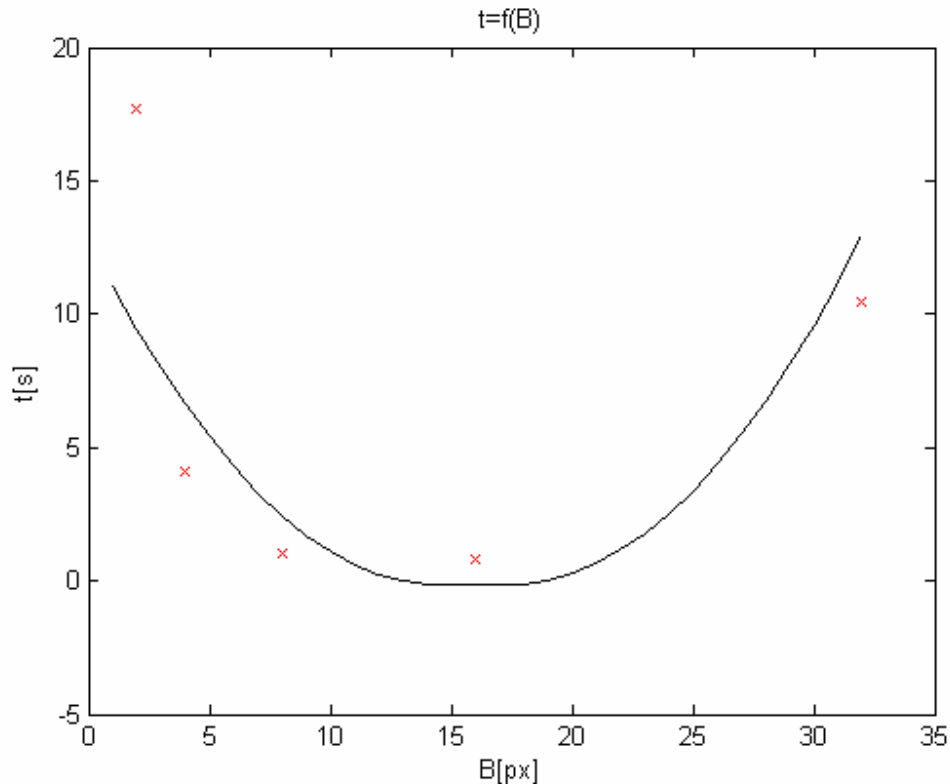
Obrázek 17 Závislost PSNR na velikosti kompresního poměru

### 3.4.3 Délka trvání komprese v závislosti na volbě velikosti bloků

Pokud porovnáme kompresi podle času, pak můžeme říct, že je nejvhodnější volit zlatou střední cestu. Volíme-li totiž pro vstupní obraz velikosti 256x256 px. malé bloky např. 2x2, pak



získáme matici  $X$  o velikosti  $4 \times 16384$ , a to nám následně ztěžuje výpočet kovarienční matice. Proto nejlepší je z tohoto pohledu volit bloky o velikosti  $16 \times 16$ , tím získáme čtvercovou matici  $X$  o velikosti  $256 \times 256$ . Výpočet je pak mnohem snazší, než s maticí s rozdílným počtem řádků a sloupců.

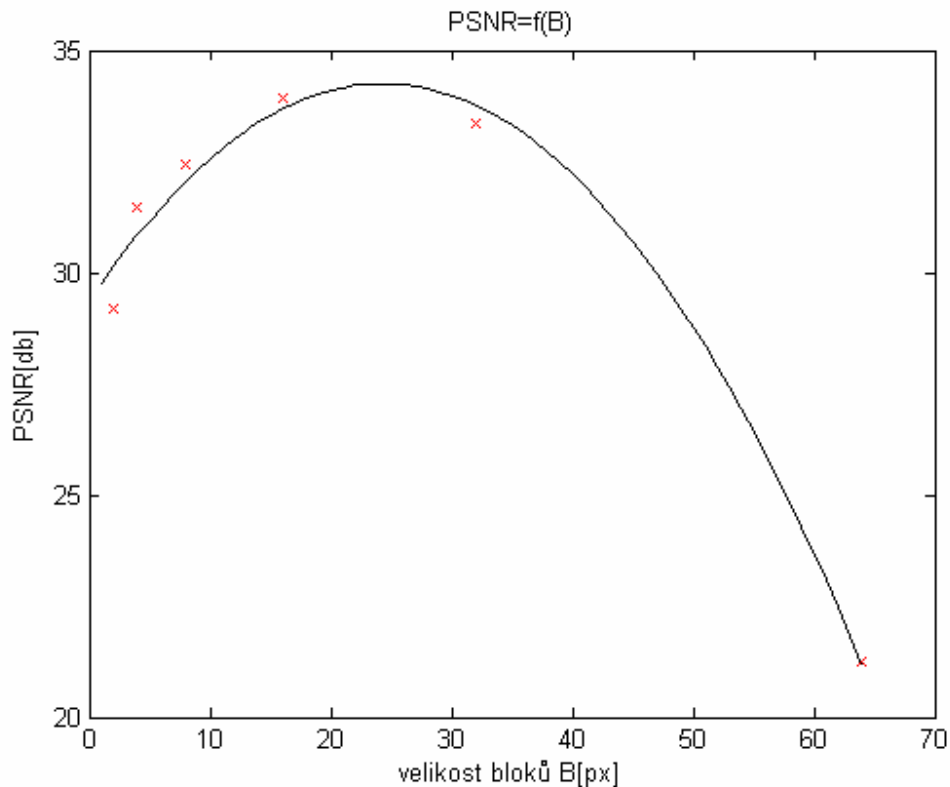


Obrázek 18 Délka trvání komprese v závislosti na velikosti bloků  $B$

#### 3.4.4 Kvalita komprese v závislosti na velikosti bloků

Samozřejmě jako u všech blokově orientovaných kompresí je i zde na rekonstruovaných obrazech vidět členění jednotlivých bloků. Subjektivně lépe působí rekonstruované obrazy, které do komprese vstupují členěny na větší bloky, avšak musíme volit kompromis, jelikož jsme limitováni výpočetním výkonem počítače. Při velikosti bloků  $64 \times 64$  trvá výpočet přes dvě hodiny a nároky na paměť jsou taktéž enormní.

Pokud nebudeme hodnotit obraz subjektivně, ale jako vypovídací hodnotu o kvalitě rekonstruovaného obrazu použijeme hodnotu PSNR, pak můžeme říct, že při kompresi 2:1 se hodnoty pohybují okolo 31db. Nejlépe vychází velikost bloků  $16 \times 16$  viz Obrázek 19. Obdobných závislostí dosáhneme i tehdy budeme-li porovnávat jiné kompresní poměry.



Obrázek 19 Závislost PSNR na velikosti bloků B

### 3.5 Transformace barevného obrazu na šedotónový s využitím PCA

Další možností jak PCA ve zpracování obrazu využít je převedení barevného obrazu na šedotónový. Obvykle používaný algoritmus je

$$I = w_1 R + w_2 G + w_3 B. \quad (30)$$

$I$  je matice obrázku,  $R, G, B$  jsou matice obsahující barvy obrázku (červenou, zelenou, modrou),  $w_i$  je jejich váha. PCA metoda nabízí alternativní cestu pro tuto metodu. Myšlenka je založená na rovnici popisující PCA.

Tato komprese probíhá podobně jako předchozí, má totožné blokové schéma obrázek 3, ale liší se v některých detailech uvnitř bloků.

Na začátku načteme obraz stejně jako v prvním případě. Barevné obrázky velikosti  $M \times N$  však jsou uloženy v tří-rozměrné matici  $P$  s velikostí  $M \times N \times 3$ , to znamená, že informace o intenzitě barevných komponent je uložena ve třech daných rovinách.

Při transformaci - tedy ve druhém bloku postupně pomocí funkce `im2col(P,[1 1], 'distinct')`, vytvoříme vektor vstupní poměně  $x$  jako  $n=3$  rozměrný vektor z každé barvy. Ten je tvořen třemi jedno-rozměrnými vektory  $x_{1,2,3}$  z každé roviny  $P (M,N,i)$  s délkou  $M \times N$ . Výsledkem je tedy matice  $X$  o velikosti  $MN \times 3$ .

Ve třetím bloku vyčíslíme kovarienční matici  $Cx$  pomocí funkce `cov()`. A následně pomocí funkce `pcacov()` vlastní vektory.

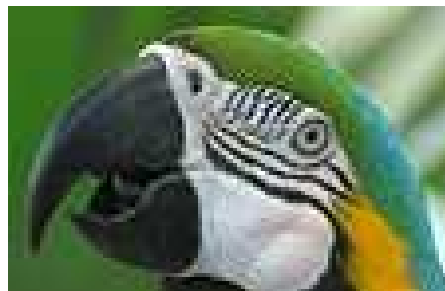
Kodér nám zakóduje signál podle vztahu (31), přitom použije všechny 3 vlastní vektory.

$$y = A (x - m_x). \quad (31)$$

$$x = A^T y + m_x. \quad (32)$$

V tomto případě nedochází k přenosu informace, a paradoxně ke kompresi dochází až při dekodování. Třírozměrný zrekonstruovaný vektor  $\hat{x}$  podle rovnice (33) se pak rovná první, druhé a třetí komponentě zadaného obrazu. Z teorie matic vyplývá, že obraz získaný rekonstrukcí z matice  $A_I$  (pouze první a zároveň největší vlastní hodnota byla použita pro její určení) obsahuje většinu informací, takže obraz má maximální kontrast [9].

$$\hat{x} = A_K^T + m_x. \quad (33)$$



Obrázek 20 Původní obraz



R

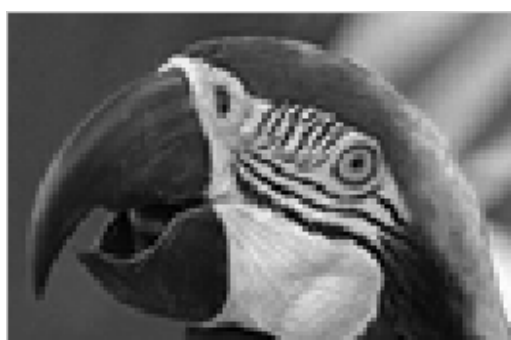


G



B

Obrázek 21 Jednotlivé barevné komponenty



a



b



c

Obrázek 22 a) první b) druhá c) třetí komponenta po provedení PCA



Obrázek 23 První komponenta



Obrázek 24 Šedotónový obraz získaný funkcí `rgb2gray`

Obrázek 23 zobrazuje první komponentu barevného obrazu získanou algoritmem PCA. Na Obrázku 24 je vidět obrázek získaný pomocí funkce matlabu `rgb2gray()`.

## 4 Redukce šumu pomocí PCA ve vlnkové oblasti

### 4.1 Vlnková transformace

#### Spojité vlnková transformace (CWT)

Spojité vlnková transformace (CWT z anglického Continuous Wavelet Transformation) umožňuje časově frekvenční popis signálů a je definována vztahem

$$S_{CWT}(a, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t}{a} - \tau\right) dt, a > 0, \tau \in \mathbb{R}. \quad (34)$$

Jak je vidět, hodnoty spektra  $S_{CWT}(a, \tau)$ , které je dvojrozměrnou funkcí, jsou dány korelačním integrálem mezi analyzovaným signálem  $s(t)$  a báзовou funkcí  $(1/\sqrt{a})\psi(\cdot)$ , jíž je konkrétní vlnka. Je charakteristickou vlastností všech vlnkových transformací, že základní funkční předpis vlnky, tzv. mateřská vlnka  $\psi(\cdot)$ , je stejný pro všechny vektory  $(a, \tau)$ ; skutečný tvar vlnky však zřejmě závisí na obou parametrech. Lze snadno nahlédnout, že parametr  $a$ , označovaný jako měřítko (scale), ovládá časovou dilataci funkce (pro  $a > 1$  je vlnka natažena  $a$ -krát); podělení činitelem  $\sqrt{a}$  zajišťuje zachování energie vlnky. Na druhé straně parametr  $\tau$  ovlivňuje časový posun funkce podél časové osy. Změna tohoto parametru umožňuje pokrýt postupně vlnkami určitého konečného trvání celý časový rozsah signálu [7].

#### Diskrétní vlnková transformace (DWT)

Abychom získali číslicově vyjádřitelnou diskrétní spektrální reprezentaci, je nutno dvojdimenzionální spojitou transformaci nějakým způsobem vzorkovat. Z několika hledisek se jeví jako výhodná volba dyadického vzorkování, při němž uzlové hodnoty parametrů jsou dány jako

$$a = 2^j, \tau = k2^j = ka, j, k \in \mathbb{Z}, j \geq 1. \quad (35)$$

Tato volba znamená, že měřítko  $a$  je vzorkováno v dyadické (oktávové) posloupnosti, zatímco časová osa  $\tau$  je dělena rovnoměrně.

Definiční integrál je tak ovšem nahrazen součtem. Obvykle se pak pracuje s proměnnými indexy  $j, k$ , náležejícími k dyadickému schématu, namísto s původními proměnnými  $a, \tau$ :

$$S_{DWT}(j, k) = \sum_{n=0}^{N-1} s_n \cdot {}_{j,k}w_n, a = 2^j, \tau = k2^j, \quad (36)$$

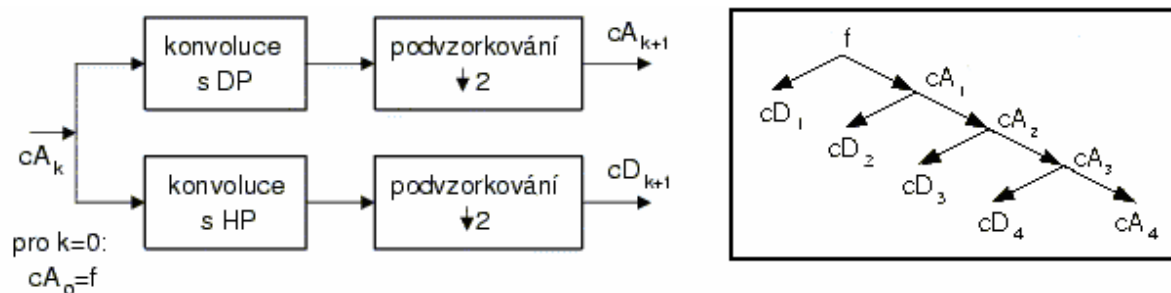
Kde  $s_n = s(nT)$  jsou vzorky signálů,  ${}_{j,k}w_n$  je  $n$ -tý vzorek  $k$ -té posunuté verze diskrétní vlnky v měřítku  $2^j$ ,  $N$  je počet vzorků signálu [7].

### Realizace DWT bankou filtrů

DWT signálu  $x$  je spočítána jeho průchodem skrze sérii(banku) filtrů. Nejprve se vzorky nechají projít skrze dolní propust' a zároveň přes horní propust.

Oba filtry, dolní propust  $h$  a horní propust  $g$ , tvoří pár kvadraturních zrcadlových filtrů (QMF), které mají komplementární propustná pásma. Výstupy obou filtrů jsou podvzorkovány na polovinu vstupních vzorků. Horní propust poskytuje koeficienty tzv. detailů DWT ( $cD$ ), dolní propust koeficienty tzv. aproximace ( $cA$ ). Díky decimaci je celkový počet koeficientů po jednom kroku stejný jako počet vstupních vzorků. Koeficienty aproximace lze dále analyzovat shodným rozkladem filtry a obdržet tak další soubor koeficientů aproximace a detailů. Tak lze postupovat až do vyčerpání vstupní sekvence.

Protože je počet koeficientů shodný s počtem vzorků a nedochází ke ztrátě informace, popis signálu je neredundantní. Popis je také úplný, pomocí inverzního postupu k postupu na obrázku 25 lze přesně rekonstruovat analyzovaný signál. Inverzní diskrétní vlnková transformace se označuje IDWT. Operace podvzorkování je nahrazena převzorkováním, kdy za každým vzorkem původní sekvence následuje doplněný nulový vzorek. Místo původních filtrů jsou použity rekonstrukční filtry  $\hat{h}$  a  $\hat{g}$ . Výsledná aproximace  $cA_p$  je použita spolu se vstupními detaily  $cD_p$  jako vstup dalšího kroku IDWT (jde o pohyb nahoru ve schématu pyramidálního rozkladu v Obrázek 25 vpravo).



Obrázek 25 Jeden krok DWT (vlevo), rozklad na aproximace a detaily (vpravo) [12]

Podle výchozí formulace vlnky jsou určeny filtry  $h$  a  $g$ . Nejčastěji je z měřítkové funkce  $f$  odvozen měřítkový filtr  $w$ , který má charakter dolní propusti. Po normalizaci  $w$  podělením normou poskytne koeficienty dolnoproputního filtru  $h$ . K němu se vypočítá horní propust  $g$  jako komplement (kvadraturní zrcadlový filtr). Rekonstrukční FIR filtry  $\hat{h}$  a  $\hat{g}$  jsou pak určeny jako časově obrácené sekvence koeficientů dekompozičních filtrů  $h$  a  $g$ . Jiné metody návrhu používají například iterační postupy (vycházejí z tzv. dilatační rovnice Daubechiesové) [12].

## 4.2 Gaussův šum

Signály a obrazy jsou často narušeny šumem a to zapříčiňuje degradaci těchto signálů. Proto je potřeba tento šum odstranit, zároveň ale zachovat důležité složky původního signálu.

Platí-li

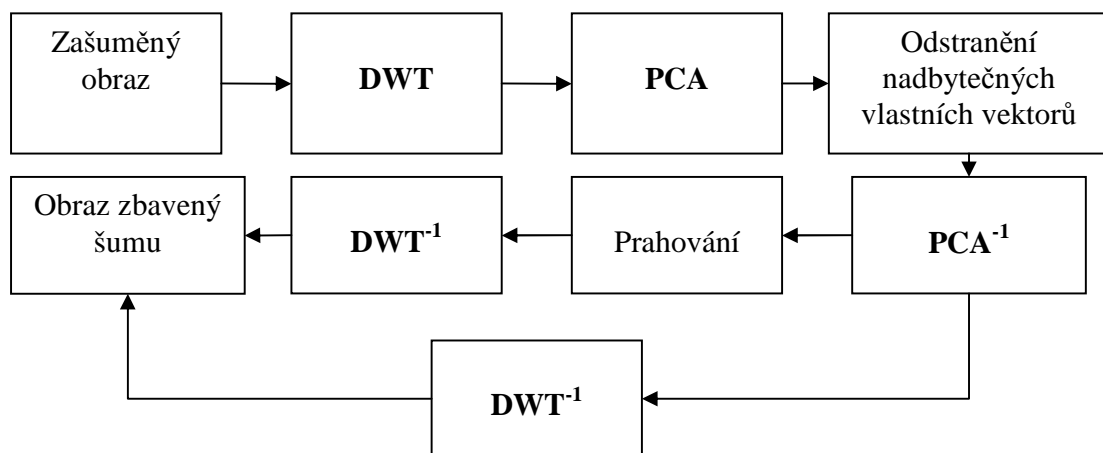
$$\bar{f} = f + \xi, \quad (37)$$

kde  $f$  je původní obraz,  $\xi$  je Gaussův šum s nulovou střední hodnotou a směrodatnou odchylkou  $\sigma$  pak  $\bar{f}$  je zašuměný obraz. Cílem redukce šumu je co nejvíce se po odstranění šumu přiblížit k původnímu obrazu  $f$ .

Existuje mnoho metod jak toho dosáhnout. Základní dělení těchto metod je na lineární, jako je Wienerův filtr, Gaussův filtr, filtr typu dolní propust, nebo na nelineární filtraci, kterou je možné realizovat mediánovým filtrem.

V následující podkapitole je představena alternativa ke klasickým lineárním filtrům. Jedná se o filtraci pomocí PCA ve vlnkové oblasti, doplněnou o klasické prahování.

### 4.3 Realizace DWT-PCA filtru

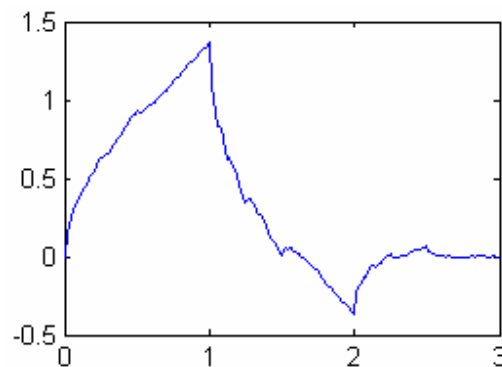


Obrázek 26 Blokové schéma pro PCA-DWT filtr

**Zašuměný obraz** získáme tak, že k původnímu obrazu, který jsme načetli do matice  $A$  přičteme matici  $J$  s obsahující gaussovský šum. Tu jsme vytvořili příkazem  $J = m + \text{randn}(\text{size}(A)) * v$ , kde  $m$  je střední hodnota šumu,  $\text{randn}(\text{size}(A))$  vytvoří matici stejné velikosti jako  $A$ , kterou naplní náhodnými hodnotami podle gaussovského rozložení se směrodatnou odchylkou  $\sigma = 1$ . Konstantou  $v$  tak můžeme ovlivnit směrodatnou odchylku rozložení šumu.



Obraz, který jsme získali v předchozím bloku nyní pomocí **DWT** rozložíme na jednotlivé frekvenční subpásma. K tomuto účelu využijeme funkci  $Y = \text{WAVELET}(W, L, X)$ . Zde  $W$  je typ vlnkové transformace,  $L$  je počet úrovní vlnkové transformace a  $X$  je vstupní obraz. Zvolme vlnku Daubechies 2 ve dvojdimenzionální oblasti tedy '2D D2'. Více o této funkci v [10]. Provedeme tzv. pyramidové rozložení. To znamená, že po jednom kroku získáme 4 subpásma, v dalším kroku pak jednotlivá podpásma znovu rozložíme. Po  $L$  úrovních dekompozice obrazu o velikosti  $N \times N$  tak získáme  $M = 2^L \times 2^L$  frekvenčních podpásem  $\rho$ . Každé podpásma pak má dimenzi  $K = N/2^L \times N/2^L$ .



Obrázek 27 Vlnka Daubechies 2

Všechna podpásma se nyní transformují do sloupců funkcí  $\text{im2col}(A, [B \ B], 'distinct')$ , kde  $B = N/2^L$ . Výsledkem je matice  $X$  o  $M$  sloupcích a  $K$  řádcích. Tato matice  $X$  je vstupem **PCA**. Transformaci **PCA** provedeme použitím funkce  $\text{princomp}(X')$ . Tato funkce po nás nepožaduje, aby vstupem byla kovarienční matice. Proto je vstupem této funkce přímo matice  $X$ . Je však potřeba ohlídat požadavky této funkce na rozložení pozorování a proměných uvnitř matice  $X$ . Z tohoto důvodu je nutné matici  $X$  transponovat. Výstupem transformace je matice hlavních vektorů  $W$  a vektor hlavních čísel  $D$ .

Z matice  $W$  v následujícím kroku **odstraníme vlastní vektory**, jejichž vlastní hodnoty jsou menší než rozptyl šumu  $\sigma^2$ . Zbývající vlastní vektory pak použijeme k restauraci matice  $X$ .

**Odhad matice  $X$**  získáme na základě vztahů (27) a (28). Matice  $\tilde{X}$  má ve sloupcích uloženy odhady podpásem  $\tilde{\rho}$ . Pokud nyní použijeme zpětnou DWT, získáme obraz, ve kterém byl šum odstraněn pouze na základě vlastností **PCA**. Avšak výsledky nejsou zcela uspokojivé, a proto můžeme ještě využít vlastností vlnkové transformace a odstranit i zbývající šum prahováním.

**Prahování** se skládá ze dvou fází. V první fázi provedeme tzv. tvrdé prahování. To znamená, že odstraníme všechny odhady podpásem, jejichž průměrná energie je menší než práh. Jako práh si určíme rozptyl gausovského šumu  $\sigma^2$ .

a průměrnou energii  $\tilde{\lambda}_j$  j-tého frekvenčního pod pásma  $\tilde{\rho}$  vypočteme

$$\tilde{\lambda}_j = \frac{1}{K} \tilde{\rho}_j \tilde{\rho}_j^T. \quad (38)$$

V druhé fázi na všechny koeficienty, které nám zůstaly, použijeme měkké prahování. Na rozdíl od předchozího tvrdého prahování, nyní musíme vypočíst práh  $\tau_j$  pro každé pásmo zvlášť, podle vztahu

$$\tau_j = \sqrt{\frac{\tilde{\lambda}_j \sigma^2}{\tilde{\lambda}_j - \sigma^2}}. \quad (39)$$

Pro měkké prahování platí

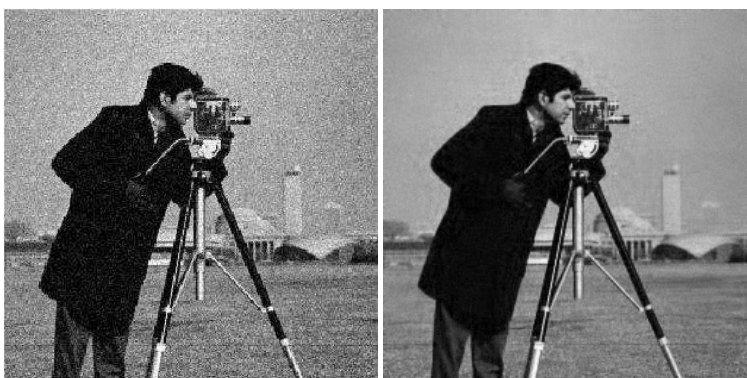
$$\tilde{\rho}_{j,k} = \text{sign}(\rho_{j,k}) (|\rho_{j,k}| - \tau_j). \quad (40)$$

Nakonec je potřeba provést **inverzní DWT**. To provedeme stejně jako klasikou DWT pomocí funkce  $A22 = \text{WAVELET}(W, -L, X)$ ; Znak mínus před počtem kroků  $L$  znamená, že jde o zpětnou transformaci. V matici  $A22$  je tak uložen výsledný, šumu zbavený obraz. Důkazy všech vztahů a úvah použitých v této podkapitole je možné najít v [11].

## 4.4 Vyhodnocení výsledků DWT-PCA filtru



Obrázek 28 Původní obraz Kameraman



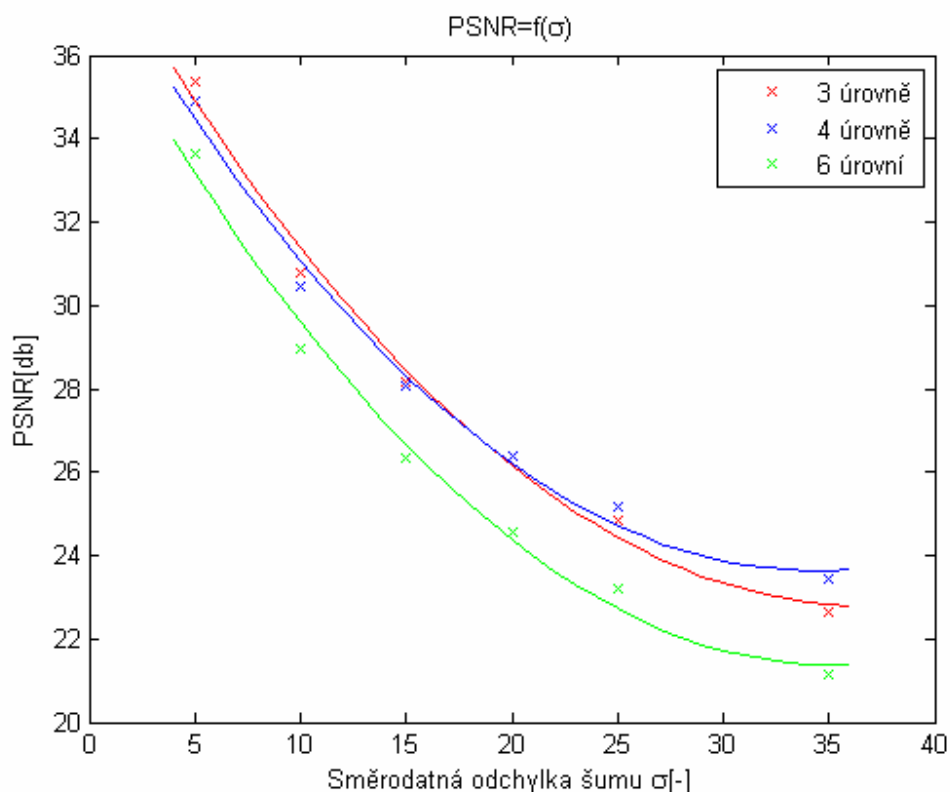
Obrázek 29 Zašuměný obraz  $\sigma=10$ (vlevo), obraz po odstranění šumu(vpravo)

### 4.4.1 Závislost PSNR na počtu úrovní dekompozice DWT

Pro měření vlivu volby počtu úrovní na PSNR byl použit obrázek kameramana, dekompozice provedená vlnkou Dubechies 2 s různými úrovněmi dekompozice. V grafu na obrázku 30 je vidět, že závislosti špičkový odstup signál-šum(PSNR) se na základě volby úrovně dekompozice příliš neliší. PSNR je více závislé na volbě směrodatné odchylky gaussovského šumu. Z grafu je také možné vypožorovat, že volba příliš vysokého počtu úrovní je zbytečná. U hodnot, které jsou v Tab. 2 uvedeny kurzívou, byly k rekonstrukci použity všechny vlastní vektory, protože nebyla nikdy splněna podmínka

$$\lambda_j \leq \sigma^2. \quad (41)$$

Kde  $\lambda_j$  je vlastní číslo a  $\sigma^2$  je rozptyl šumu. To znamená, že k odstranění šumu bylo využito pouze prahování.



Obrázek 30 Závislost PSNR na směrodatné odchylce šumu a počtu úrovní dekompozice

rozptyl šumu[-]	PSNR[db]				
	2 úrovně	3 úrovně	4 úrovně	5 úrovní	6 úrovní
5	35,4048	35,3646	34,9104	34,3504	33,6436
10	30,6468	30,7762	30,4741	29,8811	28,9538
15	27,8361	28,1477	28,0522	27,3565	26,3576
20	25,8896	26,3916	26,3797	25,6638	24,5719
25	24,3192	24,8512	25,1733	24,3038	23,1917
35	21,9239	22,6391	23,4439	22,3512	21,1513

Tab. 2 Velikost PSNR v závislosti na volbě úrovní DWT

Nejlepších výsledku podle hodnot PSNR dosáhl filtr, který využil rozkladu do třech úrovní, t.j. obraz 256x256 pixelů byl rozložen na 64 frekvenčních podpásem o velikosti 32x32 pixelů. Pro vyšší rozptyl šumu se zdá být nepatrně lepší rozklad do čtyř úrovní -viz Obrázek 30.

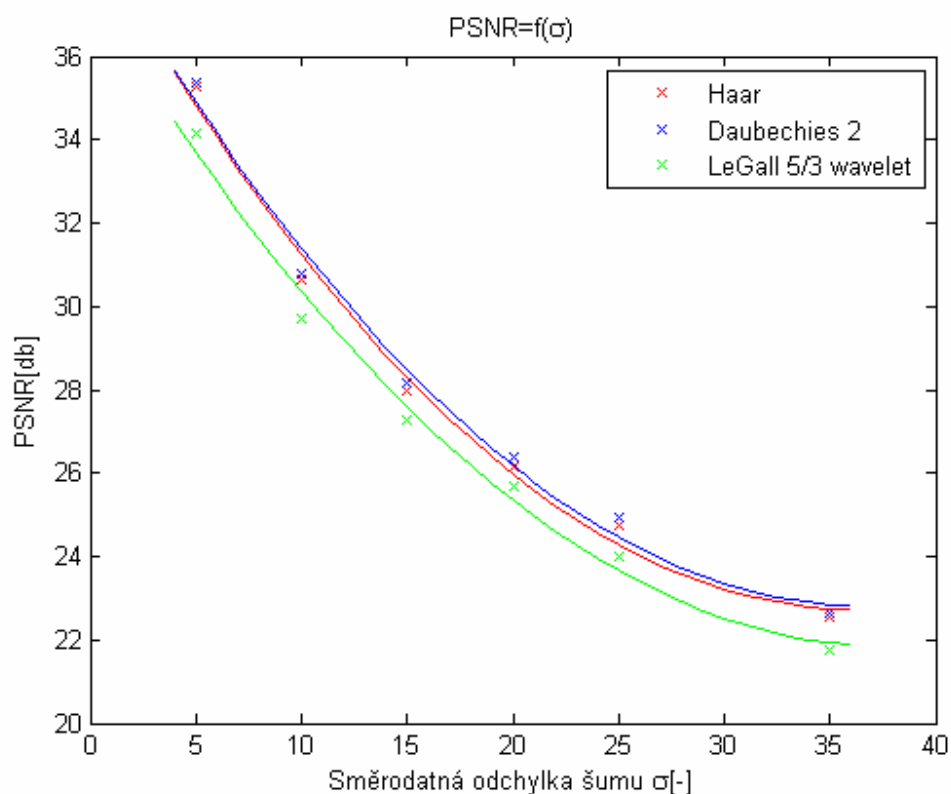
#### 4.4.2 Závislost PSNR na typu vlnky využitě k dekompozici

V Tab.3. jsou uvedeny hodnoty PSNR v závislosti na směrodatné odchylce šumu, a typu vlnky použité k dekompozici DWT. K měření byl použit obrázek kameramana 256x256 pixelů, který byl jednotlivými vlnkami rozložen do 3 úrovní. K dekompozici byly postupně použity

vlnky Haar, Daubechies 2, Daubechies 4 a LeGall 5/3 wavelet (používá se v algoritmu JPEG2000).

rozptyl šumu[-]	PSNR [db]			
	Haar	Daubechies 2	Daubechies 4	LeGall 5/3 wavelet
5	35,2594	35,3646	35,317	34,1597
10	30,6383	30,7762	30,7637	29,7141
15	27,9896	28,1477	28,163	27,2645
20	26,1583	26,3916	26,2744	25,4964
25	24,7708	24,8512	24,8003	24,0000
35	22,549	22,6391	22,4992	21,7516

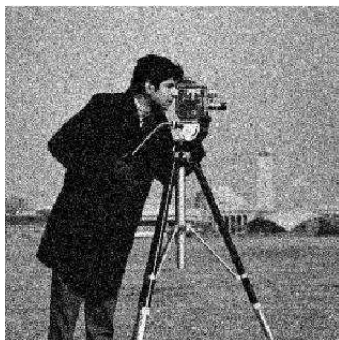
Tab. 3 Velikost PSNR v závislosti na typu vlnky



Obrázek 31 Závislost PSNR na směrodatné odchylce šumu a typu vlnky použité k dekompozici

Porovnáme-li vliv typu vlnky použité k dekompozici, pak můžeme na základě naměřených hodnot určit Daubechies 2, jako nejvhodnější vlnku pro tento typ filtrace.

#### 4.4.3 Porovnání výsledku DWT-PCA filtru s jinými lineárními filtracemi



Obrázek 32 Zašuměný obraz  $\sigma=25$   
PSNR=20,18 MSE=0,0096



Obrázek 33 Dolní propust  
PSNR=23,82 MSE=0,0041



Obrázek 34 Gaussův filtr  
PSNR=22,26 MSE=0,0059



Obrázek 35 DWT-PCA filtr  
PSNR=24,96 MSE=0,0032



Obrázek 36 Wienerův filtr  
3x3 PSNR=26,15 MSE=0,0024



Obrázek 37 Mediánový filtr  
3x3 PSNR=24,16 MSE=0,0038

Jak je patrné na obr.32-37 DWT-PCA filtr dosahuje velmi dobrých výsledků v porovnání s jinými lineárními filtracemi. Co se týče kvantitativního srovnání předstihl ho v tomto ohledu jen Wienerův filtr. Subjektivně však obraz, který byl zbaven šumu použitím DWT-PCA filtrace, působí mnohem lépe, než obraz získaný Wienerovým filtrem. Velkým kladem tohoto filtru je zachování detailů. Odstraňuje opravdu pouze šum, tedy velmi vysoké frekvence. Bohužel došlo k určitému vyhlazení i u textury trávníku.

## 5 Závěr

Analýza hlavních komponent má mnoho podob využití ve zpracování obrazů od komprese, přes určení otočení objektu v obraze, až po rozpoznávání obličejů. Matematické vlastnosti PCA přímo vybízejí k využití PCA ke kompresi obrazových dat.

Tato práce se zabývá právě využitím PCA ke kompresi a filtraci obrazových dat. V programovém prostředí MATLAB byly navrženy tři skripty využívající analýzu hlavních komponent ke zpracování obrazů.

Převedení barevného obrazu na šedotónový. Tento skript nabízí alternativní cestou ke klasickému způsobu převodu. Na základě vlastností PCA můžeme říct, že výsledný šedotónový obraz získaný tímto algoritmem má maximální kontrast. Tuto vlastnost můžeme pak použít v dalších aplikacích. Pokud se na tuto transformaci podíváme z hlediska komprese, pak má kompresní poměr vždy 3:1. Tato komprese je velmi ztrátová, ovšem v některých aplikacích ztráta barevnosti nevadí.

Druhý skript řeší kompresi šedotónových obrazů. Komprese je blokově orientována. Na základě naměřených hodnot pro vstupní obraz o velikosti 256x256 px. můžeme určit jako nejvhodnější velikost bloků vstupujících do komprese 16x16 px. Při kompresi s touto velikostí bloků výsledný obraz dosáhl nejlepších výsledků. A tato komprese byla provedena v nejkratším čase. Komprese využívající pouze PCA má smysl do kompresního poměru 5:1, poté už je zkreslení příliš velké. To je pro ztrátovou kompresi málo, avšak PCA má velký potenciál jako součást složitějších algoritmů viz její využití v algoritmu JPEG2000.

Dále byl realizován filtr, odstraňující šedý šum z obrazů, který využil vlastností PCA ve vlnkové oblasti. Tento algoritmus využívá také ztrátovou kompresi, ve které je šum považován za redundantní složku signálu. Tato redundantní složka je odstraněna a zbytek signálu zůstává zachován pro další zpracování. Jelikož tato "komprese" neodstraní všechny šum, využívá se k odstranění zbývajících částí šumu prahování. Tento způsob filtrace šedého šumu se ukázal jako velice účinný. Nejlepších výsledků dosáhl filtr využívající vlnku Daubechies 2. Ve srovnání s jinými druhy lineární filtrace dosahuje velmi dobrých výsledků.

## 6 Použitá literatura

- [1] MELOUN Milan, MILITKÝ Jiří, *Statistická analýza dat*, Vydání 2., Praha: Academia, 2004. ISBN 80-200-1254-0
- [2] *Analýza hlavních komponent*, Dostupné na:  
URL:<[http://cs.wikipedia.org/wiki/Analýza\\_hlavních\\_komponent](http://cs.wikipedia.org/wiki/Analýza_hlavních_komponent)> [cit. 2007-04-18].
- [3] *Směrodatná odchylka*, Dostupné na:  
URL:<[http://cs.wikipedia.org/wiki/Směrodatná\\_odchylka](http://cs.wikipedia.org/wiki/Směrodatná_odchylka)> [cit. 2007-05-03].
- [4] *Rozptyl(statistika)*, Dostupné na: URL:< <http://cs.wikipedia.org/wiki/Variance>> [cit. 2007-05-03].
- [5] *Charakteristika náhodné veličiny*, Dostupné na:  
URL:<<http://cs.wikipedia.org/wiki/Kovariance>> [cit. 2007-05-03].
- [6] *Vlastní čísla, vlastní vektory*, Dostupné na: URL:  
<[http://home.zcu.cz/~lavicka/subjects/G1/texty/pomocetext\\_eigen.pdf](http://home.zcu.cz/~lavicka/subjects/G1/texty/pomocetext_eigen.pdf)> [cit. 2007-05-03].
- [7] JAN Jiří, *Číslíková filtrace, analýza a restaurace signálů*, 2. upravené a rozšířené vydání, Brno: Vutium, 2002. ISBN 80-214-1558-4
- [8] ROWE Lawrence A., [online] *Multimedia Systems and Applications- Image Quality Computation*, 1997. Dostupné na:  
URL:<<http://bmrc.berkeley.edu/courseware/cs294/fall97/assignment/2.html>> [cit. 2007-10-12]
- [9] MUDROVÁ Martina, PROCHÁZKA Aleš. [online] *Principal component analysis in image processing*. Institute of Chemical Technology, Prague, Department of Computing and Control Engineering. Dostupné na:  
URL:<[http://dsp.vscht.cz/konference\\_matlab/matlab05/prispevky/mudrova/mudrova.pdf](http://dsp.vscht.cz/konference_matlab/matlab05/prispevky/mudrova/mudrova.pdf)> [cit. 2007-04-18]
- [10] GETREUER Pascal. [online] *Wavelet Transforms in MATLAB*. Dostupné na:  
URL:<<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/loadFile.do?objectId=11133&objectType=file>> [cit. 2008-04-24]
- [11] BACCHELLI Silvia, PAPI, SERENA. *Image denoising using principal component analysis in the wavelet domain*. Journal of Computational and Applied Mathematics Volume 189, Issue 1 (May 2006), 606-621.  
DOI=<http://dx.doi.org/10.1016/j.cam.2005.04.030>
- [12] ŠMÍD Radislav. [online] *Úvod do vlnkové transformace*. ČVUT FEL katedra měření, 2001, Dostupné na: URL:<<http://measure.feld.cvut.cz/usr/staff/smid/wavelets/wavelet-intro-html.html>> [cit. 2008-04-24]



## 7 Abecední seznam použitých zkratk

Comp	Kompresní poměr
CWT	Continuous Wavelet Transformation (Spojitá vlnková transformace)
DWT	Discrete Wavelet Transformation (Diskrétní vlnková transformace)
MSE	Mean squared error (střední kvadratická chyba)
PCA	Principal component analysis (Analýza hlavních komponent)
PSNR	Peak signal noise kation(špičkový odstup signál šum)
P <sub>x</sub>	Pixel
SNR	Signal noise ratio

## 8 Seznam příloh

Příloha č.1:	Skript pro kompresi obrazů
Příloha č.2:	Skript pro konverzi barevného obrazu na šedotónový
Příloha č.3:	Skript pro filtraci šedého šumu
Příloha č.3:	Obsah přiloženého CD

```

%komprese sedotonovych obrazu
clear all
close all
B=16; %velikost bloku
D=1; %pocet komponent pouzitych k rekonstrukci

%Nacteni
A= imread ('cameraman.tif');
A = im2double(A);

%Transformace
X = im2col(A,[B B],'distinct');

tic;

%Vypocet hlavnich vektoru
%Xl=cov (X');
[W,d] = pcacov (X');

[n,m] = size(X);
u= (1/m)*(sum(X'))';

%Koder
for i = 1: 1: m,
    Y(:,i) = W(:,1:D)'*(X(:,i)-u);
end

toc;

%Dekoder
for i = 1: 1: m,
    A1(:,i) =W(:,1:D)*Y(:,i)+u;
end

%Zpetna transformace
A2 = col2im(A1,[B B],[256 256],'distinct');

%Zobrazeni
figure(1)
subplot(1,3,1)
title('Původní obraz')
imshow(A,[])
subplot(1,3,2)
imshow(A2,[])
title('Komprimovaný obraz')
R =A2-A;
subplot(1,3,3)
imshow(R,[])
title('Rozdílový obraz')
%Vypocet "kvality" komprese
MSE= (sum(sum(R.*R)))/256^2;
MSE

PSNR= 20*log10(1^2/(sqrt(MSE)));

```

PSNR

```
[y,y1] = size(Y);  
comp2= 256^2/((B^2*D)+(y*y1));  
comp2
```

```

%Prevod barevneho obrazu na sedotonovy

clear all
close all
%Nacteni obrazu
A= imread ('parrotsmm.bmp');
A = im2double(A);

for i = 1: 1: 3,
X(:,i) = im2col(A(:,:,i),[1 1],'distinct');,
end
%vypocet hlavnich komponent
X1=cov (X);
[V,D] = pcacov (X1');
[n,m] = size(X);
u= (1/8176)*(sum(X))';

for i = 1: 1: n,

W(i,:)=(X(i,:)-u')*V(:,:);

end

for i = 1: 1: n,
Z(i,:)=V(:,:)'*W(i,:)-u;
end
Z1=Z(:,1);
S1 = col2im(Z1',[1 1],[73 112],'distinct');

Z2=Z(:,2);
S2 = col2im(Z2',[1 1],[73 112],'distinct');

Z3=Z(:,3);
S3 = col2im(Z3',[1 1],[73 112],'distinct');

figure(1)
subplot(3,2,1)
imshow (A(:,:,1))
subplot(3,2,3)
imshow (A(:,:,2))
subplot(3,2,5)
imshow (A(:,:,3))
subplot(3,2,2)
imshow (S1,[])
subplot(3,2,4)
imshow (S2,[])
subplot(3,2,6)
imshow (S3,[])

```

### Příloha 3

```
%Filtrace sedeho sumu
close all;
clear all;
A=imread ('cameraman.tif');
A=im2double (A);
v=10;           %variance (rozptyl)
m=0;           %mean (stredni hodnota)
s=3; %step pocet kroku vlnkové transformace

%tvorba zasumeného obrazu
J = m+randn(size(A))*v/255;
AJ=J+A;

%DWT
Y = wavelet('2D D2',1,AJ);
S = Y;
[m,n]=size(AJ);

for iii=1:1:(s-1),
    deltaM=(m/2^iii);
    deltaN=(n/2^iii);

    for jjj=0:1:((2^iii)-1),
        for kkk=0:1:((2^iii)-1),

Y11=Y(1+jjj*deltaM:deltaM+jjj*deltaM,1+kkk*deltaN:deltaN+kkk*deltaN);
        WY11=WAVELET('2D D2',1,Y11);

Y(1+jjj*deltaM:deltaM+jjj*deltaM,1+kkk*deltaN:deltaN+kkk*deltaN)=WY11;
        end
    end
end
[nn,mm] = size(J);
B=nn/(2^s);

X = im2col(Y,[B B],'distinct');

%PCA
%Vypocet hlavnich vektoru
[W,GG,D] = princomp (X');
[n,m] = size(X);

u= (1/m)*(sum(X'))';

%Vyber vektoru pouzitych k inverzni PCA
d=1;
while D(d,1)>((v/255)^2), d=d+1;
end

%Inverzni PCA
for i = 1: 1: m,
```

```

    z(:,i) = W(:,1:d)'*(X(:,i)-u);
end

for i = 1: 1: m,
    A1(:,i) =W(:,1:d)*z(:,i)+u;
A0=A1;

%Prahovani
end
[K,KK]=size(A0);
for i = 1: 1: KK,
    lamda=A0(:,i)'*A0(:,i);
    if (lamda/K)<((v/255)^2),
        A0(:,i)=zeros; %Tvrde prahovani
    else
        c=(lamda*((v/255)^2))/(lamda-((v/255)^2));
        if c<0,
            c=0;
        end

        t=sqrt(c);
        A0(:,i) = wthresh(A0(:,i),'s',t); %Mekke prahovani
    end
end

end

A2 = col2im(A0,[B B],[256 256],'distinct');
A21=A2;

    deltam=deltaM;
    deltan=deltaN;

% Inverzni DWT
for iii=(s-1):-1:0,

    for jjj=0:1:(2^iii-1),
        for kkk=0:1:(2^iii-1),

A2=A21(1+jjj*deltam:deltam+jjj*deltam,1+kkk*deltan:deltan+kkk*deltan);
        WA22=WAVELET('2D D2',-1,A2);

A21(1+jjj*deltam:deltam+jjj*deltam,1+kkk*deltan:deltan+kkk*deltan)=WA22
        ;

    end
end
    deltam=2*deltam;
    deltan=2*deltan;
end

```

```

%Zobrazení výsledku

figure(1)
subplot(2,2,1)
imshow(A)
title('Původní obraz')
subplot(2,2,2)
imshow(AJ)
title('Zašuměný obraz')
subplot(2,2,3)
imshow(A21)
title('Šumu zbavený obraz')
R =A21-AJ;
subplot(2,2,4)
imshow(R,[])
title('Rozdílový obraz')
%Kvantitativní vyhodnocení výsledku

MSE= (sum(sum(R.*R)))/256^2;
MSE

PSNR= 20*log10(1^2/(sqrt(MSE)));
PSNR

```

## **Obsah CD**

Skripty pro Matlab uložené v adresáři Files.

Vlastní:

- Filtr
- Barva
- Komprese

Převzaté:

- Wavelet

Elektronická podoba dokumentace bakalářské práce.

SolnickýBP.pdf

SolnickýBP.doc

Přílohy.doc

Metadata.pdf